Hasso Plattner Institut
IT Systems Engineering | Universität Potsdam

Datenbanksysteme II

Multidimensionale Indizes

(Kapitel 14)

14.5.2007

Felix Naumann

Motivation

- Annahme bisher: Eine Dimension
  - Ein einziger Suchschlüssel
- Suchschlüssel kann auch Kombination von Attributen sein
  - Konkatenation verschiedener Werte
  - Immer noch 1-dimensional
- Sequentielle Dateien und B-Bäumen nehmen an, dass alle Schlüssel in einer einheitliche Sortierung vorliegen.
- Hashtabellen nehmen an, dass der gesamte Schlüsselwert vorhanden ist
- Es gibt Anwendungen, in denen diese Annahmen nicht stimmen
  - Insbesondere: Besondere Anfragearten
  - Meist zweidimensional

Neue Indexstrukturen

3

- Grid files
  - Erweiterung von Hashtabellen
- Partitionierte Hashfunktionen
- Indizes über mehrere Schlüssel

Hash-basiert

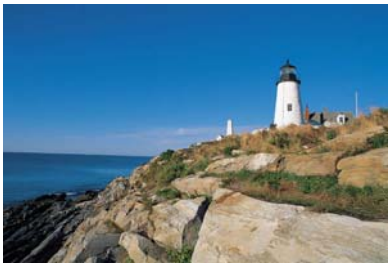
- kd-Bäume
  - Verallgemeinerung von B-Bäumen auf Punktmengen
- Quadrantenbaum (quad trees)
  - Mehrwege Baum
  - Jeder Knoten repräsentiert einen Quadranten
- R-Bäume
  - Verallgemeinerung von B-Bäumen für Regionen

Baum-basiert

Überblick

4

- Anwendungen für Multidimensionale Indizes
- Hashstrukturen für Multidimensionale Daten
- (Baumstrukturen für Multidimensionale Daten)



Geographische Informationssysteme (GIS)

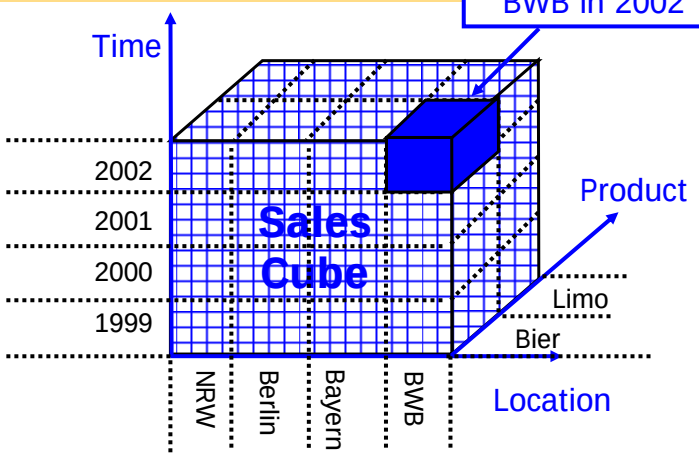
- Üblicherweise 2 Dimensionen
  - Punkte oder Flächen auf einer Ebene
  - Häuser, Straßen, Brücken, Rohre, …
- Auch: Schaltkreisentwurf, Windows, …
- Typische Anfragen
  - Partielle Anfrage: Nur einige der Suchschlüssel werden gebunden
  - Bereichsanfragen: Anfrage spezifiziert Bereich und sucht Punkte darin
    - Teilmengen, Berührung, Überlappung
  - Nächster-Nachbar-Anfragen (nearest neighbor): Nähester Punkt zu einem gegebenen Punkt
    - Z.B.: Nächste große Stadt
  - Wo-bin-ich-Anfragen: Gegeben ein Punkt, auf welcher Fläche liegt er
    - Z.B: Windows-clicks

Data cubes (Datenwürfel)

- Herkömmliche Daten werden als Daten höherer Dimension betrachtet
  - Dimensionen einer Transaktion
    - Zeitlich: Tag und Uhrzeit
    - Räumlich: Ladengeschäft
    - Produkt: Kaufgegenstand, Produktgruppe
    - Farbe
    - Größe
    - Kunde: Name, Kundengruppe
- Jedes Attribut entspricht einer Dimension
- Typische Anfrage schränkt einige Dimensionen ein
  - Verkäufe roter Hemden für jeden Laden und jeden Monat in 1998.
  - *Decision support*
- Auch: Unterstützung von Data Mining

Cube

7



Cube -> Hypercube: Bon / Lieferant / Kunde / ...

Folie: Prof. Ulf Leser, HU

Dimensionen in SQL

8

Solche Mehrdimensionalen Anwendungen können mittels SQL DBMS unterstützt werden.

- Nearest Neighor Anfrage
  - Relation: Punkte(X, Y)
  - Weitere Attribute für die Eigenschaften eines Punkts
  - Anfrage: Suche nächsten Punkt zu (10, 20)
  - ```
    SELECT * FROM Punkte p
    WHERE NOT EXISTS (
            SELECT * FROM Punkte q
            WHERE (q.X-10)*(q.X-10) + (q.Y-20)*(q.Y-20) <
                  (p.X-10)*(p.X-10) + (p.Y-20)*(p.Y-20)
    ```
    ```

Dimensionen in SQL

- Welche Punkte liegen in einem gegebenen Rechteck
  - Relation: Rechtecke(id, xll, yll, xur, yur)
  - Suche alle Rechecke, die den Punkt (10, 20) umschließen
    - **SELECT ID FROM Rechtecke**
      WHERE xll <= 10 AND yll <= 20
      AND xur >= 10 AND yur >=20
- Data Cube Anfrage
  - Relation: Verkaeufe(Tag, Laden, Item, Farbe, Groesse)
  - Anzahl verkaufter roter Hemden nach Tag und Laden
    - **SELECT Tag, Laden, COUNT(*) AS AnzahlHemden**
      FROM Verkaeufe
      WHERE Item = ‚Hemd‘ AND Farbe = ‚rot‘
      GROUP BY Tag, Laden

Bereichsanfragen mit herkömmlichen Indizes

- Annahme: Zwei Dimensionen: X und Y
- 2 B-Bäume als Sekundärindizes auf jede Dimension
- Gegeben ein Rechteck
  - = Bereichsanfrage in beiden Dimensionen
- Suche mittels B-Baum alle Pointer auf Datensätze in dem X-Bereich
- Suche mittels B-Baum alle Pointer auf Datensätze in dem Y-Bereich
- Bilde Schnittmenge der Pointer

Bereichsanfragen mit herkömmlichen Indizes – Beispiel

11

- Gegeben
  - X-Y-Region jeweils (0, 1000)
  - 1.000.000 Punkte zufällig darin verteilt
  - 100 Punkte pro Block
  - 200 Schlüssel-Pointer-Paare pro B-Baum Knoten
  - B-Bäume auf beide Dimensionen
- Anfrage: Punkt in einem 100x100 Quadrat um den Punkt (500,500) herum
  - $450 \leq X \leq 550$ und $450 \leq Y \leq 550$
- Vorgehensweise
  - B-Baum findet alle Punkt in dem X-Bereich (ca. 100.000)
  - B-Baum findet alle Punkt in dem Y-Bereich (ca. 100.000)
  - Schnittmenge ergibt ca. 10.000 Pointer.
- Jetzt: Kostenberechnung

Bereichsanfragen mit herkömmlichen Indizes – Beispiel

12

- Annahme: B-Baum-Wurzeln im Hauptspeicher
- Kosten für Index
  - Jeweils 1 innerer Knoten
  - Jeweils alle relevanten Blattknoten für die 100.000 Pointer
    - Liegen hintereinander
    - 100.000 = 500 Blätter * 200 Pointer
  - = 1002 I/Os
- Kosten für Lesen der 10.000 Datensätze
  - Insgesamt 1.000.000 Datensätze auf 10.000 Blöcken
  - => Praktisch jeder Block muss gelesen werden

Auch allgemein ein Problem bei mehr-dimensionalem Zugriff: Daten können auf der Festplatte nur nach einer Dimension sortiert sein.

Nächste-Nachbarn-Anfragen mit herkömmlichen Indizes

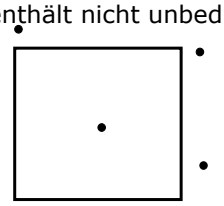
13

- Allgemeine Idee: Verwende Indizes in jeder Dimension zur Wahl eines Bereich um Punkt herum. Wähle nähesten Punkt
- Anfrage: Suche nächsten Punkt zu (10, 20)
  - ```
    SELECT * FROM Punkte p
    WHERE NOT EXISTS (
            SELECT * FROM Punkte q
            WHERE (q.X-10)*(q.X-10) + (q.Y-20)*(q.Y-20) <
                  (p.X-10)*(p.X-10) + (p.Y-20)*(p.Y-20)
    ```
  - Zwei B-Bäume auf X und Y
  - Einschränkung auf 10-*d* und 10+*d* und 20-*d* und 20+*d*

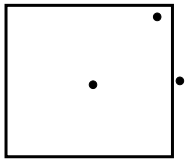
Nächste-Nachbarn-Anfragen mit herkömmlichen Indizes

14

- Problem 1: Bereich enthält nicht unbedingt einen Punkt.



  - Wiederhole mit höherem *d*.
- Problem 2: Nähester Punkt im Bereich ist nicht insgesamt nähester.



  - Falls *d*‘ Abstand nähesten Punktes und *d*‘ > *d*: Wiederhole mit *d*‘.
    ```

Nächste-Nachbarn-Anfragen mit herkömmlichen Indizes – Kosten

15

- P = (10, 20); wähle *d* = 1
- Erwartete Punktmenge im 2x2 Quadrat um P: 4
- B-Baum: 9 ≤ X ≤ 11 ergibt 2.000 Punkte
  - => Mindestens 10 Blätter, vermutlich 11
  - Zusammen mit innerem Knoten: 12 I/Os
- Analog für Y-Dimension
- +1 I/O zum Lesen des nähesten Punktes
- Zusammen: 25 I/Os
- Falls kein Punkt gefunden oder nähester Punkt ist weiter als d weg: Wiederholung
- Conclusio: Nicht schlecht, aber deutlich langsamer als Punktanfragen oder 1-dimensionale Bereichsanfragen

Überblick über Lösungen

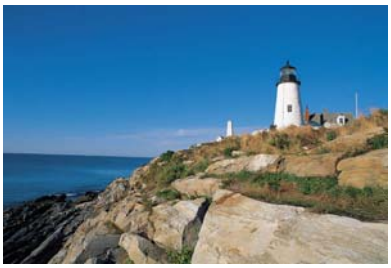
16

- Hashstrukturen
  - Antwort zu einer Anfrage ist nicht mehr nur in einem Bucket
- Baumstrukturen
  - Balance des Baumes geht verloren
    - Tiefer dort wo viele Punkte liegen
  - Korrespondenz zwischen Baumknoten und Diskblöcken geht verloren
  - Updategeschwindigkeit sinkt

Überblick

17

- Anwendungen für Multidimensionale Indizes
- Hashstrukturen für Multidimensionale Daten
- (Baumstrukturen für Multidimensionale Daten)



Grundidee

18

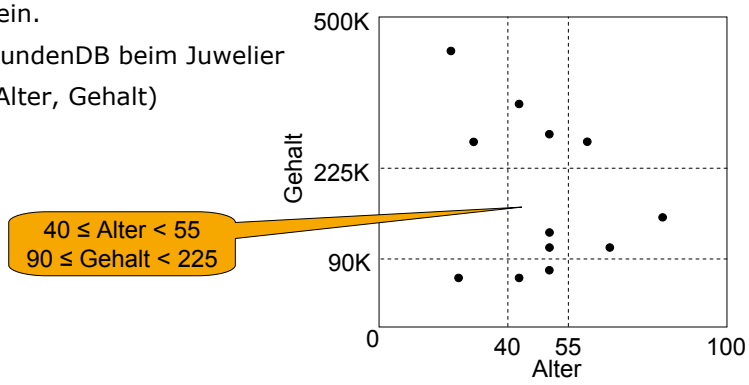
- Verallgemeinerung einer Hashtabelle
- Hashfunktion über Attributwerte aller Dimensionen
- Grid file
  - Sortierung (streng genommen kein Hashing)
  - Partitionierung der Dimensionen
- Partitioniertes Hashing
  - Hash über alle Attributwerte
  - Jede Dimension bestimmt den Bucket mit

Grid files

19

Idee: Raster (grid) über den Raum legen

- Grid teilt jede Dimension in Streifen (stripes).
- Anzahl der Streifen kann für jede Dimension unterschiedlich sein.
- Breite der Streifen kann innerhalb einer Dimension unterschiedlich sein.
- KundenDB beim Juwelier
- (Alter, Gehalt)



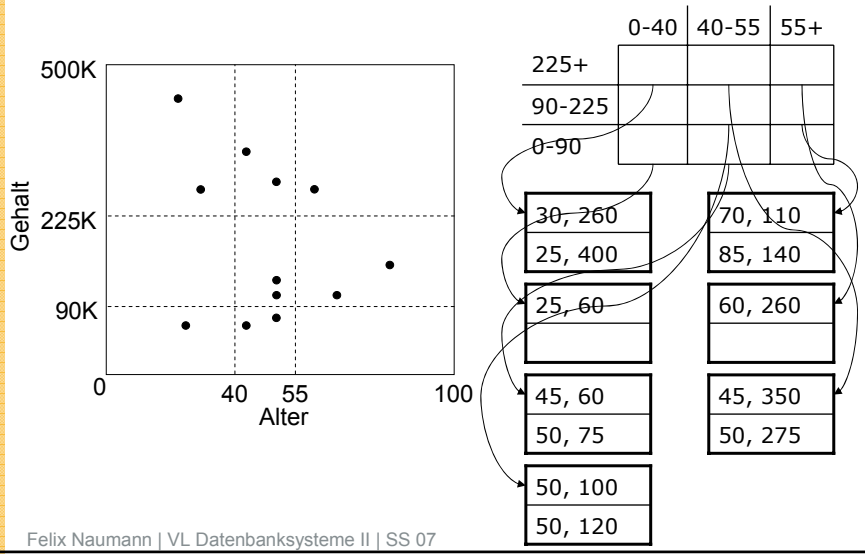
Grid file – Suche

20

Idee: Jede Region entspricht einem Bucket der Hashtabelle.

- Jeder Punkt wird in dem Bucket gespeichert in dessen Region er liegt.
  - Overflowblocks sind erlaubt
- Bucketarray hat mehrere Dimensionen
  - Man speichert die Positionen der Grid-Linien
- Gegeben ein Punkt
  - Betrachte jede Dimension des Punktes separat
  - Bestimme Position im Grid für jede Dimension
    - Zusammengenommen bestimmen sie den Bucket

Grid file – Suche



Zugriff auf Buckets

Problem: Viele Buckets; Suche des richtigen Buckets aufwändig

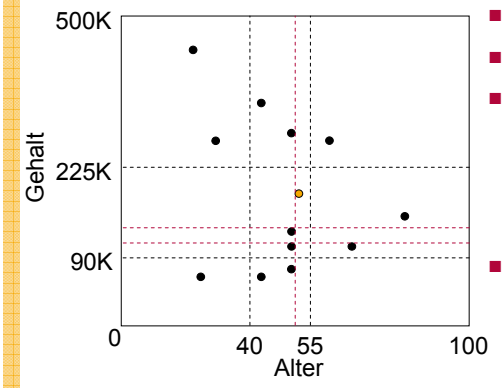
- Binäre Suche
- Indizes für jede Dimension
  - Jeder Index bestimmt eine Streifen

Grid file – Einfügen

- Suche entsprechenden Bucket
- Falls Platz: Einfügen
- Falls kein Platz
  - Variante 1: Overflow Block
    - Ketten von Overflow Blocks sollten nicht zu lang werden.
  - Variante 2: Grid ändern (ähnlich wie dynamisches Hashing)
    - Grid-Linien hinzufügen
    - Grid-Linien bewegen
    - Problem: Bewegen oder hinzufügen einer Linien hat Auswirkungen auf alle Buckets entlang der Linie
    - Problem: Optimale Wahl nicht immer möglich
      - » Viele leere Buckets entstehen
      - » Buckets bleiben voll

Grid file – Einfügen

Füge ein: (52, 200)



- Mittlere Bucket ist schon voll
- Overflow bucket – langweilig
- 3 Varianten für Grid-Linien
  - Neue Linie: Alter 51
  - Neue Linie: Gehalt 130
  - Neue Linie: Gehalt 100
- Optimum?
  - Variante 1 ungünstig
  - Variante 2 und 3 gleichwertig
  - Variante 2 „mittlerer"

Grid file – Effizienz

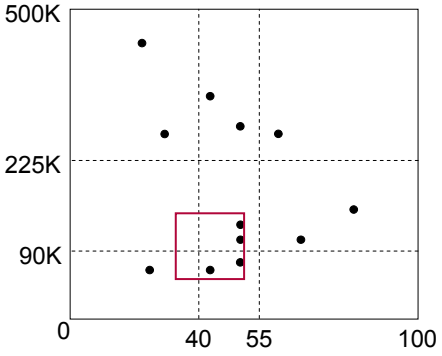
25

- Hohe Dimensionalität: Exponentiell viele Buckets – viele leer.
  - Auch schon bei zwei Dimensionen (z.B. falls Alter und Gehalt korrelieren)
- Wahl der Grid-Linien, so dass
  - Bucket Matrix passt in Hauptspeicher
  - Index für jede Dimension passt in Hauptspeicher
  - Nicht zu viele Overflow Blocks
- Punktanfrage (Alter und Gehalt spezifiziert)
  - 1 I/O um Bucket zu lesen
  - Einfügen/Löschen: 1 zusätzlicher I/O
  - Overflow Bucket: Noch 1 zusätzlicher I/O

Grid file – Effizienz

26

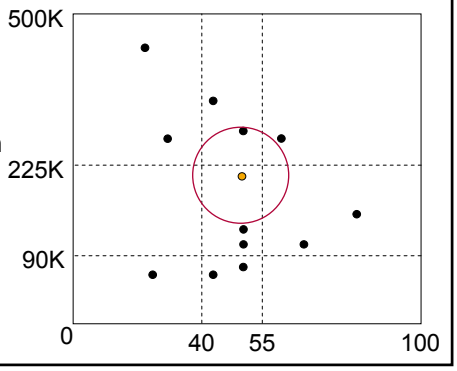
- Partielle Anfrage (nur Alter oder nur Gehalt spezifiziert)
  - I/O: Alle Buckets einer Zeile oder einer Spalte der Bucket-Matrix
- Bereichsanfragen: Spezifiziert mehrdimensionalen Ausschnitt
  - Alle Buckets, die mit diesem Bereich überlappen sind relevant
  - 35 ≤ Alter ≤ 45
  - 50 ≤ Gehalt ≤ 100
  - Bei vielen Buckets
    - Nur wenige am Rand
  - Anzahl I/Os nicht viel mehr als Minimum



Grid file – Effizienz

27

- Nächste-Nachbar-Anfragen (Gegeben Punkt *P*)
  - Beginne in Bucket für *P*
  - Falls d(P, P‘) < Ränder des Buckets
    - Suche in allen solchen benachbarten Buckets
- Beispiel: (45, 200)
  - Kandidat (50,120) hat Abstand 80,2
  - Unterer Rand: Kein Problem
  - Oberer, rechter und linker Rand sind dichter.
  - Suche in allen fünf Buckets



Partitioniertes Hashing

28

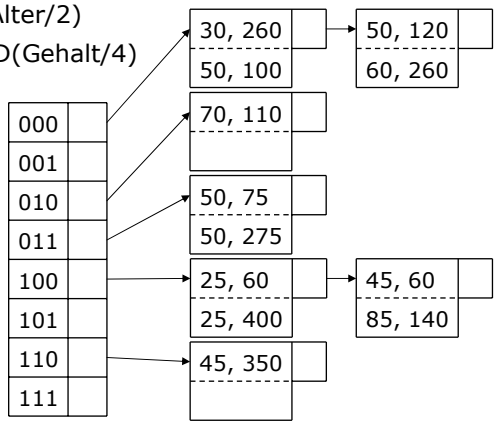
- Idee 1: Kombiniere Werte verschiedener Dimensionen und berechne Hashwert
  - Person(Name, Alter)
  - Problem?
    - Nur für Anfragen, die Name und Alter spezifizieren.

$$h(Name, Alter) = MOD\left(ASCII(Name) + Alter, B\right)$$

- Idee 2: Hashfunktion ist Liste aus einzelnen Hashfunktionen
  - Hashwert ist Konkatenation einzelner Hashbitwerte
- Beispiel: 10 Bit (= 1024 Buckets)
  - 4 Bits für Name, 6 Bits für Alter
  - h_a(Name) = 0101
  - h_b(Alter) = 111000
  - Hashwert 0101111000
- Gegeben nur Name: Nur 64 Buckets kommen infrage
- Gegen nur Alter: Nur 16 Buckets kommen infrage

Partitioniertes Hashing

- Beispiel von eben; 3 Bits
  - 1 Bit für Alter: MOD(Alter/2)
  - 2 Bits für Gehalt: MOD(Gehalt/4)
- Verteilung nicht toll
- Suche nach Alter=25
  - 12 x 2 = 24
  - 1*xy*
- Suche nach Gehalt=110
  - 27 x 4 = 108
  - *x*10
- Suche nach Alter=85 und Gehalt = 140



Diskussion

- Partitioniertes Hashing
  - Nächste-Nachbar-Anfrage?
    - Physische Nähe wird nicht dargestellt
    - Lösung: Geeignete Hashfunktion, die kleine Werte auf kleine Hashwerte abbildet.
    - Hmm…
  - Verteilung besser als in Grid files
    - Korrelation zwischen Dimensionen egal
    - Weniger Overflow Blocks

Überblick

- Anwendungen für Multidimensionale Indizes
- Hashstrukturen für Multidimensionale Daten
- (Baumstrukturen für Multidimensionale Daten)